

# İNTERNET DAVRANIŞI VE NASH DENGESİ

**İbrahim C. Arkut**  
(iarkut@gau.edu.tr)  
Girne Amerikan Üniversitesi  
Girne, K.K.T.C.

**Refik C. Arkut**  
(refik.arkut@o2.com.tr)  
Oksijen Teknoloji  
İstanbul, Türkiye

## Özet

*Yığılmaların oluştuğu ve kullanıcıların bencil biçimde en az gecikmeli yollar üzerinden mesaj paketlerini ulaştırdıkları IP bazlı bilgisayar ağında (Internet) toplam gecikmenin en az olmayacağı ortaya çıkar ve ağ performansının düşmesine neden olur. Bu makalede son yıllarda bilgisayar ağları için ele alınan işbiriksiz oyunlar teorisinden Nash dengesi ve anarşinin bedeli gibi kavramlar ışığında bencil kullanıcıların iş birliği yapmadan ağ kaynaklarını kullandıklarında (bencil yönlendirme) performansın Nash dengesinden ne kadar uzaklaştığı irdelenmiş ve bu yöndeki çalışmalar üzerine yorum ve öneriler sunulmuştur.*

## 1. Giriş

John Nash 1950 yıllarda ekonomide işbiriksiz oyunlarda stratejiler üzerine kafa yorarken geliştirdiği teoremin 2000'li yıllarda Internet bilgisayar ağlarında uygulama alanı bulacağını her halde hiç düşünmemişti [1]. En nihayet o dönem oyun teorisinin (von Neumann ve Morgenstern) ve bugünkü anlamda ilk bilgisayarın tasarlandığı (von Neumann) yıllardı. Genel olarak oyun teorisi sonlu sayıda oyuncu katılımı ile stratejiler kümesinden seçilen davranışın oyuncuya getirisi ile ilgilenir ve bu getiriyi sağlayan rasyonel davranışın nasıl olacağı oyun teorisinin temel sorusunu oluşturur. Oyun teorisinde etkin rasyonelik kavramı, getirisi daha fazla olan ve başka bir oyuncu tarafından bozulamayan stratejiler kombinasyonunun oluşturduğu davranışın oluşturduğu duruma Nash dengesi denir. Nash dengesi bazı problemleri de beraberinde getirir. Örneğin oyunda hiç bir Nash dengesi olmaması<sup>1</sup>, ve bazı oyunlarda birden fazla Nash dengesi oluşabilmesi ve birinden diğerine faydalı biçimde nasıl varılacağına bilinmemesi. Bu durum bize Nash dengesi için algoritmik fikirleri çağırır. Papadimitru'ya göre ağlarda Nash dengesinin bulunmasının kompleksliği P (polinomsal) sınıfın sınırda bulunan en önemli açık problemlerdendir [2].

Internet bandgenişliği kıymetli ve nadirdir ve bu nedenle uçtan-uça akışı TCP/IP yığılma kontrol protokolu ile elde edilir; eğer önceki paket dizisi yerine gitmişse bir birimlik *artış* aksi durumda *eksiltme* yarı yarıya. Bu dahiyane yöntem gayet iyi çalışmakta ve kullanıcıların daha fazlasını istedikleri durumlarda bağlantıdan vazgeçmelerine neden olmamaktadır. Hangi oyunun TCP/IP yığılma kontrolünün Nash dengesi olduğu sorusu irdelenmiştir [4]. Buradan Internet'te yığılma kontrolü bir oyun olarak ele alınırsa dengenin tasarlanarak elde edilmediği fakat yerine etkileşim ve çevre koşullarına ve oyuncu sayısına bağlı süratli değişen stratejilere göre elde edildiği söylenebilir. Bu ise bize internet için daha karmaşık bir dengenin söz konusu olduğunu çağırır. Oyunlar açısından burada birbirleri ile tartışmayan oyuncular ve birbirlerinin eksiklerini yan ödemeler ile tamamlarlar. İşbirlikli oyun teorisi [2]  $n$  oyuncunun  $2^n - 1$  seçenekli koalisasyon ( $S$ ) ile katıldığı ve  $v(S)$  değerini elde ettiği bir oyunu oluşturur. Burada

<sup>1</sup> Stratejiler kümesinin konvex olması Nash dengesi için yeterli olduğu Nash tarafından gösterilmiştir.

problem toplam getiri  $v([n])$  nin  $n$  oyuncu arasında nasıl pay edileceğidir. Adil paylaşım daha önce savunulmuş ve irdelenmiştir, örneğin Shapley değeri, pazarlık kümesi, von Neumann-Morgenstern çözümü gibi. Bu bakımdan Internet BGP (Boarder Gateway Protocol) protokolu ile binlerce büyüklü küçüklü bağımsız sistemler arasında etkinlikle çalışan ve uçtan uca akış başlatan ve sonlandıran koalisyonel oyunlar teorisinin arenasıdır. Matematiksel olarak verilen  $n$  düğümlü (düğüm-bağımsız sistem) grafta ve  $F$  simetrik trafik matrisinde  $f_{ij}$ ,  $i$  kullanıcı ile  $j$  kullanıcı arasındaki toplam trafik ihtiyacını ve  $c_i$ ,  $i$  düğümün kapasitesini gösterebilir.  $S$  düğüm kümesinin bir altkümesi tarafından belirlenen alt-grafta  $F$  matrisinin elemanlarına uygun çoklu-akış ağı ve  $v(S)$  bu alt-ağda maximum toplam akışı gösterebilir.  $F' \leq F$  sağlayan, düğümler  $x_i = \sum_j f'_{ij}$  getirileri için bulunan optimum çözüm koalisyonel oyun  $v$ 'nin çekirdeğinde bulunur.

Diğer bir çalışmada [3] Nash dengesi ağda yönlendirme kararları servis sağlayıcılar ve Wardrop dengesi [5] ağda yönlendirme kararları büyük ölçüde kullanıcılar tarafından alındığında araştırılmış ve iki paralel linkten oluşan basit ağda bile bulunamayacağı gösterilmiştir. Aynı çalışmada bağlantılar arasında band-genişliği aynı kaldığı zaman dengenin bulunması için var olan engellerin ortadan kalktığı gösterilmiştir.

## 2. Bencil Yönlendirme

Karmaşık ve çok büyük bilgisayar ağı (Internet) işletmesinde temel problem en iyi performansın alınması için trafiğin nasıl yönlendirilmesi gerektiği olmuştur. Çoğu zaman optimal yönlendirme stratejisinin bulunması imkansız olduğundan ağ kullanıcıları kendi çıkarları doğrultusunda hareket etmekte serbest bırakılırlar. Genel olarak çıkarları bir birleri ile çelişkili bencil ağ kullanıcılarının oluşturduğu lokal optimizasyon hiç bir zaman genel (global) optimizasyonu getirmez. Böylece regülasyon eksikliği (kuralların yokluğu) ağ performansında düşüşü getirir. Roughgarden [3] çalışmasında işbirliğinden yoksun davranış halinde olan ağ işletimi için en-kötü ağ davranış performansını incelemiştir. Öte taraftan bencil davranış altında tatminkar sosyal getiriler elde eden ağ tasarım ve işletmesi algoritmalarının analizi verilmiştir. Temel sorun olan koordinesiz getirinin fiyatı ile en iyi koordineli getiri arasındaki en-kötü oran için kesin netice bulunmuş ve bu şekilde hangi tipten ağlar için bencil yönlendirmenin kabul edilebilirliği verilmiştir. Diğer önemli soru ise servis kalitesindeki kaçınılmaz düşüşün ne kadar göz ardı edileceğidir. Cevap olarak bencil davranışa karşın iyi performans veren ağ tasarımı verilebilmektedir. Benzer şekilde toplam trafiğin küçük bir kısmının iyi ağ davranışı görmesi için bencil ağ kullanıcıları tarafından nasıl yönlendirileceği verilmiştir [2,3]. Ağ davranışına temel olan iki örneği burada irdeleyeceğiz.

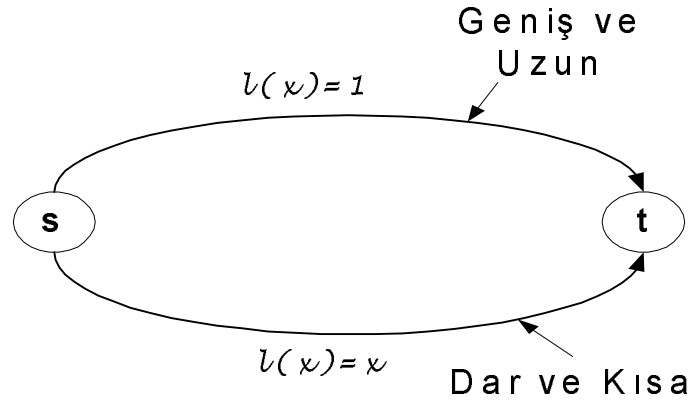
### 2.1. Piou Örneği (Herkesin Başına Gelen Bana da Gelsin)

Piou 1920'de 'Refahın Ekonomisi' adlı kitabında iki merkez arasında bir birleri ile kesişmeyen iki paralel yol üzerinde trafik akışını ele alır (bak Şekil 1). A ile B noktaları arasındaki yollardan bir tanesi geniş fakat uzun (üsteki yol) diğeri ise daha kısa fakat dar (altaki yol). Bu durum üsteki yol için sabit gecikme fonksiyonu  $l(x)=1$  (gecikmesiz sabit zamanda B noktasına varış) ve altaki yol için üzerinden akacak trafiğe bağlı doğrusal gecikme fonksiyonu  $l(x)=x$  ile gösterilsin. Yani üsteki yolu seçenler A dan B ye her zaman 1 saate varırken, altaki yolu seçenler trafiğin durumuna bağlı bir gecikme ile B noktasına varırlar. Eğer trafiğe çıkan sürücülerin amacı *en kısa* zamanda varış noktasına varmak ise (rasyonel şoförün davranışı) hiç bir sürücü geniş ve uzun yolu seçmeyecek ve alt yoldaki lineer gecikme etkisi ile yığılmalar oluşacak ve hafif trafikte yarım saate

alınacak yol 1 saate alınmış olacaktır. Öte taraftan A noktasında trafiğin yarısını üst yola (sürücülerin istemlerinin) zorlandığı takdirde toplam varış zamanı trafiğe çıkan tüm araçlar için 45 dakika olacaktır. Piou örneği bize ekonominin ve oyun teorisinin çok iyi bilinen ve araştırılan şu gerçeğini vurgular: *bağımsız, işbirliğine yanaşmayan kurumların bencil davranışı sosyal bakımdan arzulanan getiriyi vermeyebilirler.*

Piou örneğinden IP bazlı bilgisayar ağlarında alınacak dersler vardır.

- İnternet protokolünün dikte ettiği en kısa yoldan IP paketlerinin gönderilmesi her zaman en iyi neticeyi vermeyebilir. Bu nedenle son yıllarda belli ağ metriklerini sağlayan (bandgenişliği, gecikme v.s. gibi) daha uzun yolu seçebilen MPLS (Çoklu Protokol Etiket Anahtarlama) teknolojisi üzerine bir çok çalışma yapılmaktadır.
- Lokal olarak yığılmanın az olduğu yönlere paketlerin gönderilmesi ilerde dinamik olarak yığılmanın olmayacağı garantisini vermez.



## Piou Örneği

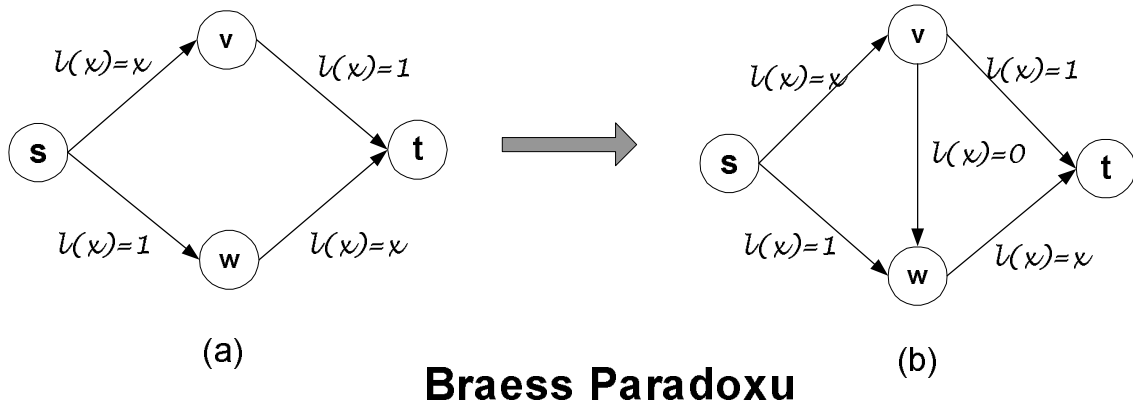
Şekil 1.

### 2.2. Braess Paradoxu (Kaş Yapayım Derken Göz Çıkarma)

Braess paradoxu "kaş yapayım derken göz çıkarma" deyimine uygun bir örnektir. Şekil (2a) daki  $s$  ve  $t$  arasındaki kesişmeyen  $P_{üst-yol} = \{s, v, t\}$  ve  $P_{alt-yol} = \{s, w, t\}$  yollarını gözönüne alalım. Ağdaki linklerin gecikme fonksiyonları  $l_{(s,v)}(x) = l_{(v,t)}(x) = x$  ve  $l_{(s,w)}(x) = l_{(w,t)}(x) = 1$  şeklinde verilsin. Bu durumda  $s$  ten  $t$  ye doğru akacak trafiğin yarısı  $P_{üst-yol} = \{s, v, t\}$  ve diğer yarısı ise  $P_{alt-yol} = \{s, w, t\}$  yolunu tercih ederek toplam 90 dakikalık bir yolculukla data paketleri (veya sürücüler)  $w$  noktasına varacaklardır. Burada  $(s, v)$  ve  $(w, t)$  linkleri üzerinde 30 dakikalık seyahat süresi ve  $(v, t)$  ve  $(s, w)$  linkleri üzerinde trafikten bağımsız 60 dakikalık seyahat süresi kabul edilmiştir. Başarılı mühendisin tasarımı ile  $v$  ve  $w$  noktaları arasına  $l_{(v,w)}(x) = 0$  gecikmeli yeni link (yolu) tesis edilince  $s$  ten  $w$  ye en kısa gecikme bakımından yol  $P = \{s, v, w, t\}$  yolu olacağından bencil sürücüler için tüm trafik bu yola yönelecek ve fazladan 30 dakika daha fazla seyahat etmiş olacaklardır (Şekil 2(b)). Buradan alınacak dersler :

- Bencil kullanıcılar söz konusu olduğu zaman iştahlarını kabartacak ağa yanlış ilave tasarımlar sistem performansını kötü yönde etkiler.

- IP ağın tasarımında lokal trafik açısından lokal optimizasyonun global etkilerinin irdelenmesi gerekir. Her zaman çözümü olmayan bu probleme yakınsama ile yaklaşık çözümler ve simulasyon ile ağın gecikme açısından en-kötü davranışı hakkında bilgi edinilebilir.



Şekil 2

### 2.3 Stackelberg Yönlendirmesi (Düşünmeden Lideri Takip Et)

Stackelberg ekonomik oyunları genel olarak oyuncuların birinin lider seçilmesi ve diğer oyuncuların liderin stratejik kararlarını uygulaması ile oynanır [8], burada bilgisayar ağı açısından merkezi otorite veri akışının toplam seyahat süresini ağda en az indirmeyi hedef alır ve bencil ağ kullanıcıları (lideri takip edenler) onu takip ederler. O halde problemin çözümü lider için en iyi stratejiyi bulmaya dayanmaktadır. Paralel linklerden oluşan ağlarda bile optimal Stackelberg stratejisini bulmak kolay değildir (NP-hard) fakat iyi performans veren yaklaşımsal algoritmalar vermek mümkündür.

## 3. İnternet'te Anarşinin Bedeli

İnternet'te tasarım, mühendislik, ve işletimden sorumlu merkezi bir otorite yoktur. Böyle bir otorite olsa bile örneğin paket akışları için yeterli bandgenişliğini tayin eden ve atayan, kullanıcılar performans açısından ne kadar tatmin edici servis alırlardı? O halde internetin sahipsizliğinden doğal olarak ortaya çıkan anarşinin bedeli nedir? Bu soru [2]'de ortaya atılmış ve iki düğüm arasında paralel linklerden oluşan ağ yapısı için kısmen cevaplanmıştır.

Daha genel durum ağ üzerinde paketlerin yönlendirilmesi oyun-benzeri bir yaklaşımla ele alındığında, en kötü Nash dengesi ile optimum getirilerin toplamı arasındaki oranın bulunması aranır. Başka deyişle eğer işbirlikçi analiz geleceğin bilinmemesinin bedelini ve üstel şekilde artan kaynakların olmamasından oluşan yaklaşımsal bedelini verirse, IP bazlı ağlar için koordinasyonun harcanmasını maximize eden kararların bedelinin bilinmesi arzu edilir. Kısaca buna *anarşinin bedeli* diyoruz. Öncü çalışma [2]'dan sonra Roughgarden [3] çoklu-mal akış ağı ele alarak ağ içinde mesajlarda gecikmenin linklerde yığılmalarla orantılı olduğunu, fakat daima akışlarının toplam gecikmeyi azaltacak şekilde göz önüne alındığında anarşinin bedelinin iki olduğunu elde etmiştir. Bu model

günümüzdeki internetin çalıştırılmasına pek uymayabilir. Örneğin akış en kısa yol üzerinden gidemeyebilir, yönlendiriciler lokal trafiğin durumuna göre davranırlar veya kullanıcılar gecikmelerin durumuna göre trafiklerini değiştirebilirler ve ağ sağlayıcılar ağdaki sıcak-noktalardaki bandgenişliğini iptal edebilirler.

### 3.1. Optimal Yönlendirme Ne Kadar Adil Değildir?

Öncelikle akışların atanmış olduğu bir ağ, kullanıcıların seçtikleri yolları değiştirmek için bir dürtünün olmaması durumunda ağ Nash dengesindedir denir. Bu durum tüm trafik en az gecikmeli yollar üzerinden aktığı zaman ortaya çıkar. Optimal akış atamaları Nash dengesinden ne kadar 'daha' iyidir? Doğal olarak Nash dengesinde bulunan bir ağda ağın kullanıcılara davranışının daha 'adil' buna karşın ağdaki toplam gecikmenin daha 'fazla' olduğunu söyleyebiliriz. Ağ içinde iki düğüm arasındaki akış, iki düğüm arasındaki yolların akışlarının toplamına eşittir. Eğer bu toplam verilen akış hızı  $r$  ye eşitse akışa *olurlu* denir. Verilen  $P$  yolu,  $f$  akışına göre, üzerinde gecikme yoldaki linklerin gecikmelerinin toplamına eşittir ve  $l(f)$  ile gösterilir. Ağın durumu  $(N, r, l)$  üçlüsü ile belirlenir.

- **Nash Dengesinde Akışlar.** Verilen  $N$  ağı,  $r$  akış hızı ve  $l$  gecikme fonksiyonu altında  $f$  olurlu akışı  $s$  ve  $t$  düğümleri arasındaki her  $P_1$  ve  $P_2$  yol çifti için  $f_{p_1} > 0$  ve  $l_{p_1}(f) \leq l_{p_2}(f)$  varsa  $f$  akışı Nash dengesindedir denir. Eğer akış Nash dengesinde ise  $s$  ve  $t$  düğümleri arasındaki tüm yolların toplam gecikmeleri birbirlerine eşit olur.
- **Optimal Akışlar.** Yukardaki Nash dengesindeki  $l$  gecikme fonksiyonu ve her e linki için  $x.l_e(x)$  in konveks olması koşulu aranır. O zaman marjinal fiyat fonksiyonu  $\hat{l}_e = \frac{d}{dx}(x.l_e(x))$ 'e göre de  $\hat{f}$  olurlu akışı ancak ve ancak  $(G, r, \hat{l})$  Nash dengesinde ise optimaldir.

Aşağıdaki önemli iki netice [3] de verilmiştir.

- (1) Verilen  $n$  düğüm sayısı için optimal çözümden en az  $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$  kez kötü olan çözümü veren  $(N, r, l)$  ağı bulunabilir.
- (2)  $N$  düğümlü ağa fazladan linkler ilave ederek Nash dengesi akışlarındaki ortak gecikmeler  $\frac{n}{2}$  kez artırılabilir.

Şekil 3 te kötü tasarlanmış ağ için Nash akışının optimal yapıdaki Nash akışlarından ne kadar farklı olabileceği örnek üzerinde gösterilmiştir. Şekil 3(a) daki ağ 3(b) deki ağın alt-ağı olmakla birlikte  $s$  ve  $t$  arasındaki akışlardaki toplam gecikmeler 1 iken diğerinde 4 çıkmıştır. Bu ise bize (2) de verilen neticenin IP bazlı ağ tasarımındaki önemini göstermektedir.

## 4. World-Wide-Web-Grafı

Yakın geçmişte yapılan çalışmalarda [9]-[12] 'www' (world-wide-web) düğümleri dokümanlar ve dalları hyperlinkler olan yönlendirilmiş bir graf olarak ele alınmaktadır. Bu

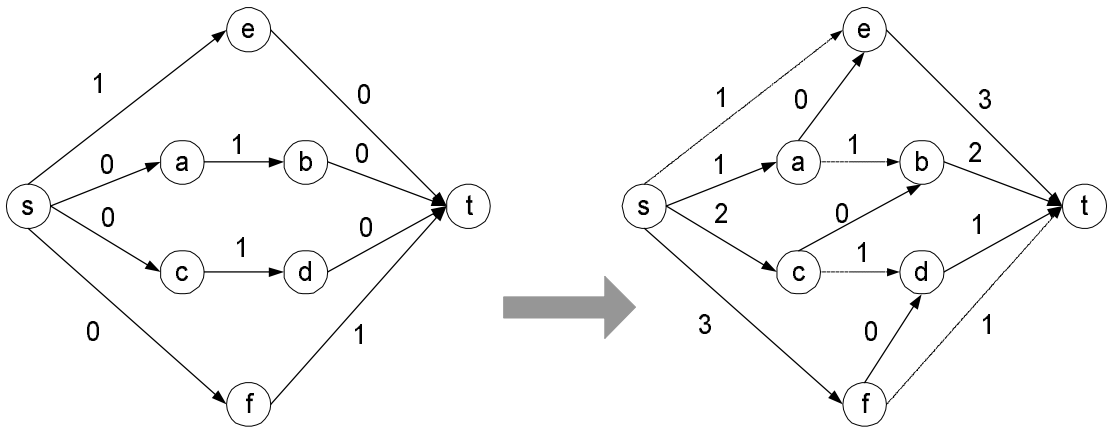
tipten graflara genel olarak küçük dünya grafları (Small World Graphs) denmektedir ve en belirgin karakteristikleri çok büyük sayıda düğümleri ve dallarının ya mantıksal veya rastlantısal bir ilişkiye göre kurulmasıdır.

Web grafi (www-graf) 800 milyon (her gün artmakta) düğümlü (her düğüm bir web sayfasına karşı düşmek üzere) ve sayfaları birbirlerine bağlayan linklerden oluşur. Web-grafının yapısı çok iyi bilinen rastgele graf modeli  $G_{n,p}$  den farklıdır. Örneğin rastgele graflarda  $x$  nci büyük düğüm-derecesi polinomsal  $cx^{-\alpha}$ ,  $c > 0, \alpha > 0$  şeklinde verilir buna karşın web-graf büyük sayılar yasasına bağlı keskin Gauss tahmini geçerlidir. Web-grafta düğümlerin %40 ını içeren devasa *kuvvetli* bağlanmış (her iki düğüm arasında en az bir yol bulunan, rastgele grafta %0 veya %100 ile olasılıkla bağlı),  $K_{3,3}$  alt-grafları da içerebilen (rastgele grafta yok) grafi göz önüne alırız. Web-grafın yapısı üzerine duyulan büyük ilgiye karşın tatmin edici neticelere henüz daha rastlanmamakta veya yeni yeni ortaya çıkmaktadır. Modeller yüklü-kuyruk uzantılı dağılımlarla ele alındığı ve daha önceleri bu dağılımların ekonomide  $x$ 'nci büyük şehir nüfuzu için  $(\frac{c}{x})$  veya herhangi bir sektörde  $x$ 'nci büyük kuruluş için  $cx^{-\alpha}$  kullanıldığını söyleyebiliriz.

Web-grafta diğer önemli bir ölçü ise düğümün (sayfanın) giren ve çıkan dereceleri olup, burada giren-derece dökümanın ne kadar *ilgi çekici* olduğu ve çıkan-derece gelen ziyaretçinin *dikkati* ile ilgilidir. Örneğin internet'te bir müzik sitesi (mp3 dosyaların depolandığı yer) ziyaretçileri sayfadan seçtikleri linkler aradıkları müzik türüne bağlıdır. Son olarak yüklü-uzantılı dağılımlar www dışında internet alt-yapısında yönlendirici ve bağımsız sistemlerin dağılımları için de geçerlidir.

Son olarak bu bölümde web-grafında uygulamalar açısından en önemli parametre olan web-grafi *çapına* değineceğiz. Graflarda *çap* düğüm çiftleri arasında en kısa yolların en büyüğünün uzunluğuna denir. Barabasi *et.al.* web-grafının tüm linklerini taramak yerine web in küçük bir köşesi olan nd.edu da bulunan 325727 döküman ve 1469680 link (web'in %0.3) incelenerek ve genelleştirilerek web-grafın çapının 19 olduğu tesbit edildi. Bu sonuç çıkarılırken her hangi sayfadaki giren ve çıkan linklerin bulunma olasılığına dayandırılmış ve olasılıkların güç-yasasına uyduğu gözlemlenmiştir (çıkan  $k$  link için  $k^{-2.45}$  ve giren  $k$  link için  $k^{-2.1}$ ). Güç yasasına göre bir-iki link içeren sayfaların 100-1000 link içeren sayfalara göre çok fazla olduğunu gösterir.

Web-grafın çapının bilinmesi özellikle web ten birşey arandığı zaman çok önemlidir. Rastgele kör-arayış 400 milyon dökümanın taranmasını gerektirirken akıllı bir yaklaşımla aranan dökümana 19 link geçerek (hops) varılabilir. Burada akıllı yaklaşım örneğin çok yüksek dereceli düğümlere (hops) öncelik verilmesi (google.com'da olduğu gibi) [6].



Optimal alt-ağda  
Nash akışı

Link ilaveleri sonrası  
Nash akışı

Şekil 3.

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada son yıllarda internetin kullanıcılara genel anlamda nasıl davrandığını ve her an değişen ve büyüyen yapısının nasıl olduğunu irdeleyen çalışmalara değindik. Bir karmaşa gibi gözükten internetin aslında işbirliksiz oyunlar teorisinden Nash dengesi ile bir anlam kazandığını fakat *Piou örneği* ve *Braess çelişkisi* ile de dikkat edilmesi gereken özellikleri bulunduğunun altını çizdik. Henüz bu konudaki teoriler yerli yerine oturmuş olmadığını bir kez daha belirtelim.

Öte yandan internetin yapısının oldukça sağlıklı bir biçimde *küçük-dünya ağları* ile izah edilebileceği gösterilmiştir. Bu yapıyı çok iyi kullanan arama motorları tasarlanmıştır. İnternet yapısı içinde gizlenen sonsuz büyüklükteki potansiyelin daha verimli ve daha çeşitli amaçlarda kullanılması önümüzdeki yılların hedeflerini oluşturmaktadır (örneğin global işletim sistemi ve internet üzerinden paralel bilgisayar çalıştırması gibi).

## Kaynakça

- [1] J.F. Nash, "Equilibrium points in N-person games", Proc. of NAS, 1950.
- [2] Koutsoupias, Papadimitriou, "Worst-case equilibria", Proc. 1998 STACS.
- [3] T. Roughgarden, "Selfish Routing", Ph. D. Thesis, Cornell University, 2001.
- [4] E. Altman, R. El -Azouzi, V. Abramov, "Non-cooperative routing in loss networks", *INRA Res. Rep.* No. 4405, Mart 2002.
- [5] J.G. Wardrop, "Some theoretical aspects of road traffic research", Proc. Inst. Civil Eng., Part 2, 1, 325-378, 1952.
- [6] [www.google.com/technology/index.html](http://www.google.com/technology/index.html)
- [7] Kleinberg, "Authoritative sources in a hyperlinked environment", Proc. SODA, 1999.
- [8] H. von Stackelberg, "Marktform und Gleichgewicht", Springer-Verlag, 1934, (Transl. *The Theory of the Market Economy*, 1952, Oxford Univ. Press).
- [9] J. Watts, S.H. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks", *Nature*, vol. 393, June 1998, 440-443.
- [10] B. Hayes, "Graph Theory in Practice: Part I", *American Scientist*, vol.88, Jan.-Feb. 2000, 9-13.
- [11] B. Hayes, "Graph Theory in Practice: Part II", *American Scientist*, vol. 88, March-April 2000, 104-109.